

TEM[®] INOVANCE

Drives & Motion Control



Programación en PLC

Derivada de una señal
respecto al tiempo
usando diferencia finitas
parte 2

En este vídeo mostraremos un nuevo sistema (Ver vídeo derivada de una señal respecto al tiempo parte 1) para el cálculo de la derivada de una señal respecto al tiempo y compararemos sus resultados con los de la derivada por diferencias finitas de primer orden.

Derivada de una señal por diferencias finitas de segundo orden

A partir de la serie de Taylor, es posible deducir otra forma de la derivada de una señal respecto al tiempo que mejora el error de fase causado por la discretización temporal.

Esta forma, tiene en cuenta la segunda derivada, la cual, evalúa el comportamiento de la primera derivada anticipando su evolución:

$$f'(v_i) = \frac{3*v(t_i) - 4*v(t_{i-1}) + v(t_{i-2})}{2*(t_i - t_{i-1})}$$

Siendo:

$f'(v_i)$ Valor de la derivada de la señal v en el ciclo de tarea .

$v(t_i)$ És el valor de la señal en el ciclo de tarea actual.

$v(t_{i-1})$ És el valor de la señal en el ciclo de tarea anterior

$v(t_{i-2})$ És el valor de la señal hace dos ciclos

$t_i - t_{i-1}$ És la diferencia del tiempo transcurrido entre la captura de las dos señales (Suele equivaler al tiempo de ciclo de la tarea en la que se ejecuta el código).

Código de la Derivada de una señal por diferencias finitas de segundo orden


El código quedaría como sigue:

```

1  FUNCTION_BLOCK FB_Derivative
2  VAR_INPUT
3      in:LREAL;
4      tCycle:LREAL;
5      secondOrder:BOOL;
6  END_VAR
7  VAR_OUTPUT
8      out:LREAL;
9  END_VAR
10 VAR
11     in_1:LREAL;
12     in_2:LREAL;
13 END_VAR
14
15 IF tCycle<>0 THEN
16     IF secondOrder THEN
17         out:=(3.0*in-4.0*in_1+in_2)/tCycle;
18     ELSE
19         out:=(in-in_1)/tCycle;
20     END_IF
21 ELSE
22     out:=in;
23 END_IF
24
25 in_2:=in_1;
26 in_1:=in;

```

1121 x 825



El error causado por la discretización de la señal en la derivada por diferencias finitas de primer orden sería (Siendo ε el valor de la resolución de la captura):

$$f'(v_i) = \frac{v(t_i) + \varepsilon - v(t_{i-1}) + \varepsilon}{t_i - t_{i-1}} = \frac{v(t_i) - v(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} + \frac{\varepsilon + \varepsilon}{t_i - t_{i-1}} \Rightarrow \text{MaxError} = \frac{2 * \varepsilon}{t_i - t_{i-1}}$$

El error causado por la falta resolución en la derivada por diferencias finitas de segundo orden:

$$f'(v_i) = \frac{3 * (v(t_i) + \varepsilon) - 4 * (v(t_{i-1}) + \varepsilon) + v(t_{i-2}) + \varepsilon}{2 * (t_i - t_{i-1})}$$

$$f'(v_i) = \frac{3 * v(t_i) - 4 * v(t_{i-1}) + v(t_{i-2})}{2 * (t_i - t_{i-1})} + \frac{3 * \varepsilon + 4 * \varepsilon + \varepsilon}{2 * (t_i - t_{i-1})}$$

$$\text{MaxError} = \frac{8 * \varepsilon}{2 * (t_i - t_{i-1})} = \frac{4 * \varepsilon}{(t_i - t_{i-1})}$$

Como podemos observar, el error causado por el modelo de segundo orden debido a la resolución es el doble del modelo de primer orden. Desaconsejándose su uso para señales con poca resolución

Ejemplo: Si pretendieramos calcular la velocidad del motor utilizando cómo sistema de realimentación un resolver con un sistema de lectura de 16 bits de resolución, tendríamos que la resolución en grados del resolver aportaría un posible error máximo de:

$$Resolucion = \frac{360^\circ}{2^{16}} = 0,005493164^\circ = 5,493164 * 10^{-3} \Rightarrow \epsilon = \pm 2,746582 * 10^{-3} \circ$$

El error causado en el cálculo de la velocidad debido a la resolución con la fórmula de diferencias finitas de primer orden con un tiempo de ciclo de 4 ms sería:

$$\frac{0,002746582^\circ * 2}{0.004 s} = 1,373291016^\circ / s = 0,228881836 rpm = 228,8 mrpm$$

El error causado en el cálculo de la velocidad debido a la resolución con la fórmula de diferencias finitas de segundo orden con un tiempo de ciclo de 4 ms sería:

$$\frac{0,002746582^\circ * 4}{0.004 s} = 2,746582031^\circ / s = 0,457763672 rpm = 457,7 mrpm$$

Ejemplo: Si pretendieramos calcular la velocidad del motor utilizando cómo sistema de realimentación el encóder de **INOVANCE** de 23 bits. Tendríamos que la resolución en grados del encoder aportaría un posible error máximo de:

$$Resolucion = \frac{360^\circ}{2^{23}} = 0,000042915^\circ = 4,2915 * 10^{-5} \Rightarrow \epsilon = \pm 2,1458 * 10^{-5} \circ$$

El error causado en el cálculo de la velocidad debido a la resolución con la fórmula de diferencias finitas de primer orden con un tiempo de ciclo de 4 ms sería:

$$\frac{0,000021458^\circ * 2}{0.004 s} = 0.0107^\circ / s = 0.00178814 rpm = 1.78814 mrpm$$

El error causado en el cálculo de la velocidad debido a la resolución con la fórmula de diferencias finitas de segundo orden con un tiempo de ciclo de 4 ms sería:

$$\frac{0,000021458^\circ * 4}{0.004 s} = 0.0214^\circ / s = 0.00357 rpm = 3,57 mrpm$$

Vemos que el hecho de usar un encóder de **INOVANCE**, de alta resolución, el aumento del error en valor absoluto utilizando cualquiera de los dos sistemas es perfectamente asumible, pudiendo por tanto, usarse el de segundo orden que mejora la respuesta temporal del sistema

Conclusiones:

- Aumentando el tiempo de ciclo se reduce el error causado por la resolución y el ruido, pero aumenta el retraso de fase inestabilizando el sistema.
- La derivada por diferencias finitas de primer orden mejora la respuesta en caso de señales ruidosas o de baja resolución, aunque empeora la inestabilidad debida al retraso de fase.
- La derivada por diferencias finitas de segundo orden disminuye el retraso de fase respecto a la de primer orden, pero empeora la respuesta delante de señales ruidosas o de baja resolución.
- **Un sistema de captación de alta resolución y poco ruidoso como es el encóder de INVANCE de 23 bits mejora la respuesta del sistema en cuando a precisión y estabilidad.**

FIN